

Title	單葉函數ノ一定理ニ就テ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 219 p.364-p.365
Issue Date	1941-07
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74876
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

946. 單葉函數ノ一定理ニ就キテ

春 木 博 (神戸商船)

Bieberbach ハ次ノ定理ヲ証明シタ。

$f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ が $|z| < 1$ テ有理型, 且ツ單葉ナルトキ、 $|z| < 1$ ノ $f(z)$ = ヨル寫像ハ w 平面ニ於テ $|w| < \sqrt{5} - 2$ ナル円板ヲ含ムカ或ハ $|w| > \sqrt{5} + 2$ ナル領域ヲ含ムカ何レカデアル。

$\sqrt{5} - 2, \sqrt{5} + 2$ ナル常數ガ best possible ナ値デアルコトハ

$$f(z) = \frac{(\sqrt{5}-2)z}{z + (\sqrt{5}-2)^2(1-z)^2} = z + \dots$$

が $|z| < 1$ で有理型且ツ單葉デシカモ $|z| < 1$ の平面ニ於テ $\sqrt{5}-2 \leq w \leq \sqrt{5}+2$ ノ除イタ領域ニ寫像スルコトカラ判ル。

今逆ニ $f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ が $|z| < 1$ で有理型、且ツ單葉デシカモ $f(z) \neq \sqrt{5} \pm 2$ ナラバ

$$f(z) = \frac{(\sqrt{5}-2)z}{z + (\sqrt{5}-2)^2(1-z)^2}$$

トナルコトヲ証明シヨウ。

$$g(z) = \frac{-\alpha f(z)}{f(z) - \alpha} \quad (\alpha = \sqrt{5} - 2)$$

トオケバ $g(z)$ ハ $|z| < 1$ で正則單葉デ $z + b_2 z^2 + \dots$ ナル展開ヲ有スル。シカモ $g(z)$ ハ $-\frac{1}{4}$ ナル値ヲトラタイ。何者、 $g(z)$ が $-\frac{1}{4}$ ナル値ヲトレバ $f(z)$ ハ $\sqrt{5}+2$ ナル値ヲトルコトが判リ、 $f(z) \neq \sqrt{5}-2 =$ 皆クカラデアル。故ニ以前証明シタコトニヨリ

$$g(z) = \frac{z}{(1-z)^2}$$

オキモドセバ、所要ノ $f(z)$ ノ形ガキマル。

(完)